

Teleportacja kwantowa

Rafał Barszczewski

(student IV roku informatyki dziennej)

Wstęp

Teleportacja kwantowa to protokół umożliwiający przesyłanie stanu kwantowego z użyciem klasycznych kanałów komunikacji oraz pary splątanych qubitów. W wyniku procesu następuje zniszczenie oryginalnego stanu oraz likwidacja splotu kwantowego. Teleportacja kwantowa nie umożliwia przemieszczania materii ani energii, proces dotyczy jedynie stanów kwantowych.

Pierwszego udanego eksperymentu w tej dziedzinie dokonał zespół prof. Antona Zeilingera w 1997 roku. Z kolei w roku 2004 zespół fizyków z Georgia Institute of Technology zdołał przenieść stan kwantowy z dwóch różnych grup atomów na pojedynczy foton. W tym samym roku Rainer Blatt wraz z grupą z Uniwersytetu w Innsbrucku dokonał teleportacji stanów kwantowych jonów wapnia w pułapce jonowej. Na dzień dzisiejszy naukowcy są w stanie teleportować fotony (a właściwie ich stany kwantowe) na odległość kilkuset metrów.

Przesyłanie stanu kwantowego

Strony biorące udział w procesie – nadawcę i odbiorcę – tradycyjnie określamy jako A (Alicja) i B (Bob). Załóżmy, że Alicja posiada qubit w stanie $|\psi\rangle$ (Alicja nie zna tego stanu) i chce go przesłać do Boba. Nie może jednak zmierzyć stanu qubitów i podać rezultatu Bobowi, ponieważ dokonanie pomiaru spowodowałoby zmianę tego stanu. W grę nie wchodzi też fizyczne przetransportowanie informacji, gdyż stany kwantowe są niezwykle wrażliwe i łatwo ulegają dekoherencji. Analogicznie nie jest możliwa żadna forma rozgłoszenia tego stanu (zakładając, że Bob posiadałby odpowiedni odbiornik) - nadawanie takie musiałoby wiązać się ze skopiowaniem stanu kwantowego, co z kolei stoi w sprzeczności z zakazem klonowania (udowodnionym w 1982 roku przez Woottersa, Zurka i Dieksa).

Dopiero w 1993 roku udało się znaleźć rozwiązanie powyższego problemu. Do Alicji i Boba dostarczane są maksymalnie splątane części dwukubitowego stanu. Oboje oddziałują ze swoimi lokalnymi qubitami. Następnie Alicja wysyła dwa klasyczne bity informacji do Boba, dzięki którym wie on, jakie operacje powinien wykonać na swoim qubicie, aby odtworzyć pożądaną stan.

Założmy, że Alicja i Bob współdzielą splątany¹ qubit AB (tj. Alicja posiada jedną część – A, a Bob drugą – B). Oznaczmy przez C qubit, którego stan Alicja chce przetransportować do Boba. Alicja stosuje odpowiednią operację na qubitach AC i mierzy rezultat (oba qubity zostają zniszczone w tym procesie). Qubit Boba (B) zawiera teraz informację o C, jest ona jednak losowa. Znajduje się w jednym z czterech losowo wybranych stanów i Bob nie może z niego wydobyć konkretnej informacji o C.

Alicja dostarcza dane z pomiaru kanałem klasycznym, co pozwala Bobowi wywnioskować, który spośród czterech stanów posiada. Przeprowadza on transformację zależną od otrzymanych danych, dzięki czemu qubit B staje się dokładną kopią C².

Szczegóły protokołu

Przyjmijmy, że qubit, który Alicja chce przetransportować do Boba, ma postać:

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$$

Protokół wymaga, aby przed rozpoczęciem Alicja i Bob współdzielili stan maksymalnie splątany³, czyli w przypadku dwóch qubitów - jeden ze stanów Bella:

$$|\Phi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_A \otimes |0\rangle_B + |1\rangle_A \otimes |1\rangle_B)$$

$$|\Phi^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_A \otimes |0\rangle_B - |1\rangle_A \otimes |1\rangle_B)$$

$$|\Psi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_A \otimes |1\rangle_B + |1\rangle_A \otimes |0\rangle_B)$$

$$|\Psi^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_A \otimes |1\rangle_B - |1\rangle_A \otimes |0\rangle_B)$$

Alicja bierze jedną cząstkę z pary, a Bob drugą (odpowiednio indeksy: A i B). Wybierzmy przykładowo stan $|\Phi^+\rangle$. Zatem Alicja posiada dwie cząstki: C (którą chce przetransportować) oraz A, natomiast Bob jedną – B. Stan tych trzech cząstek można zapisać jako:

$$|\psi\rangle \otimes |\Phi^+\rangle = (\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle) \otimes \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle \otimes |0\rangle + |1\rangle \otimes |1\rangle)$$

Alicja wykonuje pomiar w bazie Bella na dwóch posiadanych qubitach. Wychodząc z poniższych tożsamości:

¹ Stan splątany pary obiektów kwantowych A i B oznacza, że są one skorelowane tak, że gdy znamy stan obiektu A, możemy przewidzieć też jaki jest stan obiektu B, nawet jeśli A i B są od siebie znacznie oddalone w przestrzeni. Taki stan nie daje się zapisać w postaci iloczynu dwóch qubitów.

² Pamiętajmy jednak, że qubit C został zniszczony.

³ Splątaną parę możemy traktować jako potencjalną komunikację.

$$|0\rangle \otimes |0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\Phi^+\rangle + |\Phi^-\rangle)$$

$$|0\rangle \otimes |1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\Psi^+\rangle + |\Psi^-\rangle)$$

$$|1\rangle \otimes |0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\Psi^+\rangle - |\Psi^-\rangle)$$

$$|1\rangle \otimes |1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\Phi^+\rangle - |\Phi^-\rangle)$$

możemy zapisać stan trzech powyższych cząstek jako superpozycję czterech składników⁴:

$$\frac{1}{2}(|\Phi^+\rangle \otimes (\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle) + |\Phi^-\rangle \otimes (\alpha|0\rangle - \beta|1\rangle) + |\Psi^+\rangle \otimes (\beta|0\rangle + \alpha|1\rangle) + |\Psi^-\rangle \otimes (-\beta|0\rangle + \alpha|1\rangle))$$

Do tej pory zmieniliśmy jedynie bazę, w której przeprowadzamy obliczenia. Stan wszystkich cząstek pozostał taki sam. Faktyczny proces teleportacji rozpoczyna się, gdy Alicja mierzy swoje qubity w bazie Bella⁵. Zgodnie z powyższym równaniem, wynik pomiaru może ujawnić z równym prawdopodobieństwem jeden z czterech następujących stanów:

$$|\Phi^+\rangle \otimes (\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle)$$

$$|\Phi^-\rangle \otimes (\alpha|0\rangle - \beta|1\rangle)$$

$$|\Psi^+\rangle \otimes (\beta|0\rangle + \alpha|1\rangle)$$

$$|\Psi^-\rangle \otimes (-\beta|0\rangle + \alpha|1\rangle)$$

Obie cząstki Alicji są teraz splątane ze sobą w jednym ze stanów Bella, natomiast zerwane zostało pierwotne splątanie między stanami kwantowymi qubitów Alicji i Boba. Cząstka Boba znajduje się w jednym z powyższych stanów superpozycji, przypominających stan pierwotny (ten, który Alicja chce przetransportować).

Alicja posiada teraz pełną informację o stanie wszystkich trzech cząstek, może więc jednoznacznie stwierdzić, która z czterech możliwych sytuacji występuje. Może tę wiedzę przesłać do Boba używając klasycznego kanału komunikacji (wystarczą do tego dwa klasyczne bity informacji). Gdy Bob otrzyma przekaz, wykonuje unitarną operację, której rodzaj jest zależny od rezultatu pomiaru Alicji, a mianowicie:

1. Jeżeli wynikiem jest $|\Phi^+\rangle$, cząstka Boba już znajduje się w pożądanym stanie, więc nie musi on wykonywać żadnych operacji (odpowiada to macierzy I).
2. W przypadku $|\Phi^-\rangle$, Bob musi przepuścić swój qubit przez bramkę daną macierzą Pauliego Z:

⁴ Zamianę bazy na bazę Bella można wykonać za pomocą bramki: $G = (H \otimes I)C_N$, gdzie H – bramka Hadamarda, C_N – bramka CNOT.

⁵ Można powiedzieć, że właściwym momentem, w którym następuje teleportacja jest moment pomiaru.

$$Z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

3. Dla $|\Psi^+\rangle$ należy zastosować bramkę X:

$$X = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

4. W ostatnim przypadku, odpowiednią macierzą będzie:

$$ZX = iY = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

W ten sposób qubit Boba uzyskuje dokładnie taki stan, jak qubit Alicji przed rozpoczęciem protokołu.

Zakończenie

W efekcie realizacji protokołu teleportacji kwantowej, qubit Boba przyjmuje stan:

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$$

natomiast qubit Alicji staje się nieokreśloną częścią stanu splątanego, więc jego pierwotny stan ulega zniszczeniu. Nie dochodzi zatem do kopiowania qubitu i zakaz klonowania nie zostaje naruszony. Ponieważ w mechanice kwantowej cząsteczki są nierozróżnialne i opisywane wyłącznie przez swój stan kwantowy, to takie przeniesienie stanu jest równoważne fizycznemu przemieszczeniu qubitu od Alicji do Boba.

Teleportacja kwantowa nie narusza szczególnej teorii względności. Informacja nie jest transmitowana z prędkością nadświetlną, gdyż w ramach protokołu niezbędne jest też przesłanie pewnych informacji kanałem klasycznym (konkretnie dwa bity na każdy teleportowany qubit).

Warto również zauważyć, że informacje przesyłane w trakcie powyższych operacji metodą klasyczną nie opisują w pełni stanu qubitu Alicji, zatem ich ewentualne przechwycenie nie stanowi korzyści dla intruza.

Źródła

1. M. Horodecki – „Niezwyczajne cechy informacji kwantowej”
2. R. Tanaś – „Informatyka kwantowa” (wykład z cyklu „Zaproszenie do fizyki”)
3. R. Tanaś – „Teleportacja stanów atomowych”
4. M. Karpiński – „Splątanie kwantowe”
5. Wikipedia